Formation à distance

sur l'enseignement de la proportionnalité

Diapositives et dialogues

Laëtitia Dragone - Gaëtan Temperman – Bruno De Lièvre

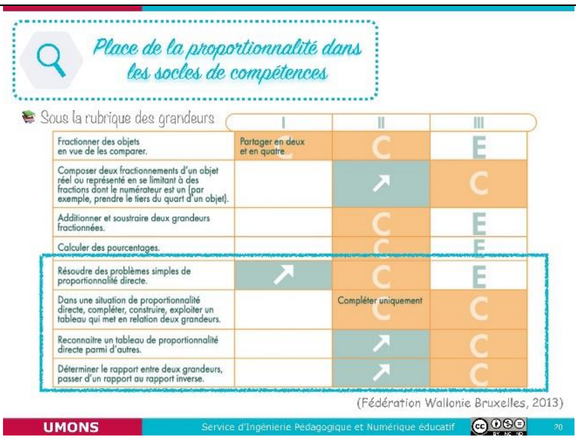
Et leur équipe de tutrices

UMONS Université de Mons

Faculté de Psychologie et des Sciences de l'Education

Service d'Ingénierie Pédagogique et du Numérique éducatif

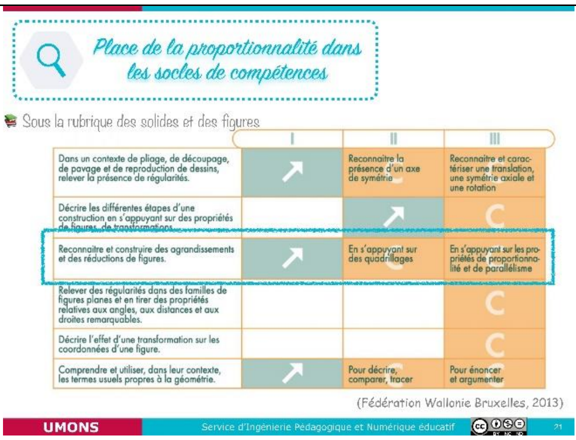
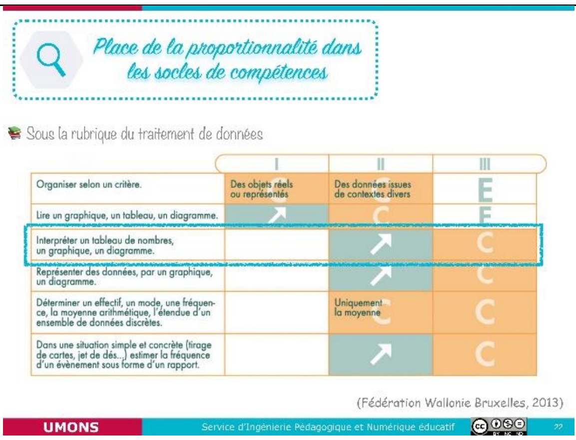
Mars 2023

<table>
<tr><th colspan="3">Module 2.1
Quelles sont les difficultés des élèves en proportionnalité (directe) ?</th></tr>
<tr><th>№ dia</th><th>Diapositive</th><th>Dialogue</th></tr>
<tr><td>№ 1</td><td>
</td><td></td></tr>
<tr><td>№ 2</td><td>
</td><td>L : Bonjour Alessia.

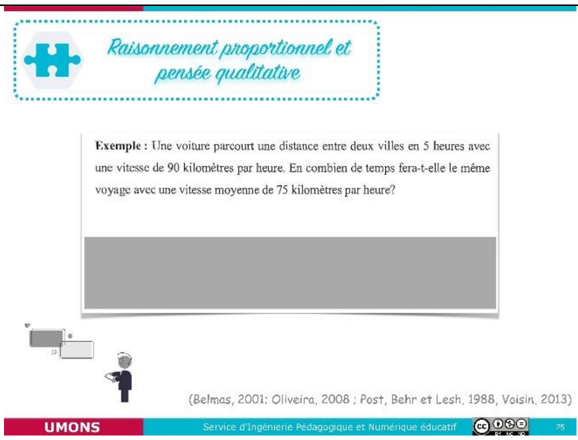
A : Bonjour Laëtitia. Nous voici dans la deuxième semaine de cette formation continue à distance où tu vas nous parler des difficultés des élèves. Pour que ce ne soit pas trop long, tu as prévu deux capsules vidéos.

L : Oui, tout à fait, mais nous allons d'abord analyser la place de la proportionnalité dans les socles de compétences.

Nous apprenons que « la proportionnalité est travaillée à partir d'exemples de la vie quotidienne. On construit des tableaux et des graphiques qui montrent les relations entre les grandeurs. » (Fédération Wallonie Bruxelles, 2013c, p. 30). À la fin de la deuxième année primaire, seule une compétence relative à la proportionnalité est présente et il s'agit de sensibiliser les élèves à l'exercice de celle-ci. Cette dernière est certifiée à la deuxième étape (fin de la sixième année primaire). À ce même niveau, la certification de la compétence « dans une situation de proportionnalité directe, compléter, construire, exploiter un tableau qui met en relation deux grandeurs » est</td></tr>
</table>

		également précisée, mais en se limitant à compléter des tableaux de proportionnalité. Par ailleurs, les compétences relatives à l'identification d'un tableau de proportionnalité parmi d'autres et le travail sur le rapport (inverse) entre deux grandeurs sont aussi initiées à ce niveau. À la fin de la deuxième année du secondaire, ces dernières sont toutes les deux certifiées ainsi que l'exploitation et la construction de tableaux de proportionnalité. Quant à la compétence qui concerne la résolution de problèmes simples de proportionnalité directe, elle est entretenue.
№ 3		L : Sous la rubrique des solides et des figures, il est question de construire des agrandissements et des réductions de figures.
№ 4		L : Une initiation à l'interprétation d'un graphique est effectuée à la deuxième étape et certifiée à la fin de la troisième étape dans le traitement de données. A : La proportionnalité est clairement mentionnée dans le domaine des grandeurs, mais est, aussi, d'application dans d'autres domaines. L : Oui, nous pouvons constater que la proportionnalité traverse pratiquement toute la scolarité obligatoire. Effectivement, ce concept se retrouve associé aux fonctions linéaires en troisième année du secondaire et ceci initie

		l’analyse des fonctions qui se poursuit tout au long du secondaire supérieur.
№ 5		A : Comme nous avons pu le voir dans le socle de compétences, il s’agit d’un apprentissage conceptuel qui s’inscrit dans la durée. L : Oui, la proportionnalité doit occuper une place centrale dans l’apprentissage. La proportionnalité ne se développe, ni facilement ni rapidement, et elle nécessite un large éventail d'expériences sur un certain nombre d'années pour atteindre la compétence. A : Pourtant, la maîtrise de la proportionnalité par les élèves n’est pas conjuguée à une courbe en J. L : En effet, elle n’est pas maîtrisée par tous les élèves après un certain laps de temps.
№ 6		L : Malgré sa place de notion centrale, les élèves éprouvent beaucoup de difficultés à l’égard de ce concept. Ceci est confirmé par de nombreux auteurs. Par ailleurs, Roblin (2015) nous affirme que ce n’est pas une chose aisée que de l’enseigner. Compte tenu de cet apprentissage conceptuel qui s’inscrit dans la durée, les performances des élèves ne sont pas suffisantes en dépit de cette progression spiralée et régulière.

<table>
<tr>
<td>№ 7</td>
<td>
</td>
<td>A : Qu'est-ce que le raisonnement proportionnel ?

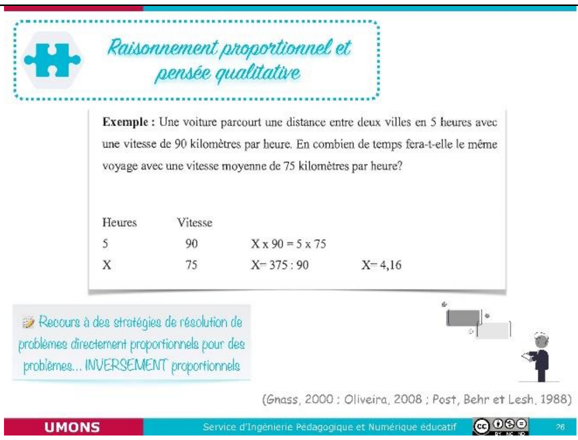
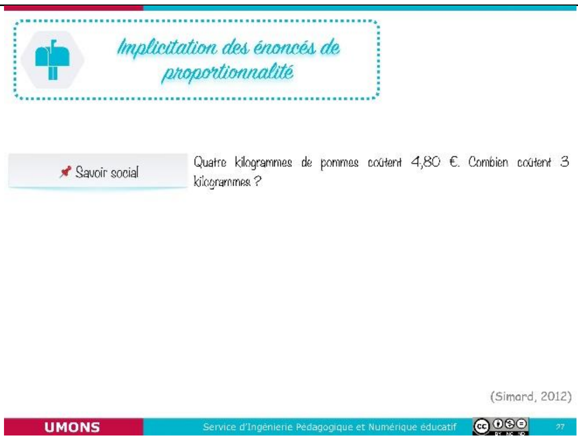
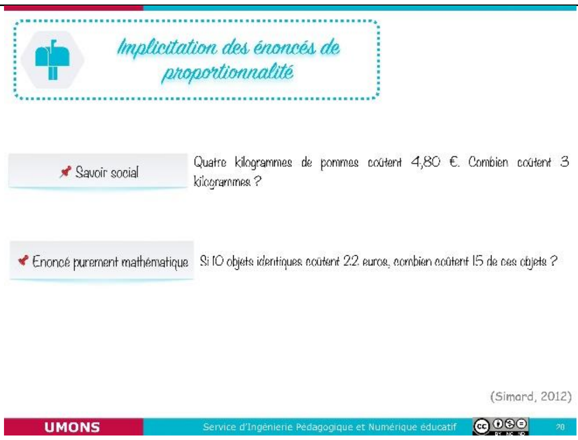
L : Celui-ci peut être défini comme « … un raisonnement multiplicatif utilisé de manière courante dans la vie de tous les jours. » (Oliveira, 2008, p. 9). Selon Oliveira (2008), le raisonnement proportionnel ne se limite pas à la méthode employée pour résoudre le problème. Dans le même ordre d'idées, Belmas (2001) présente dans sa thèse l'importance de travailler ce concept et non, juste les stratégies à employer. Ces deux axes sont aussi essentiels l'un que l'autre.

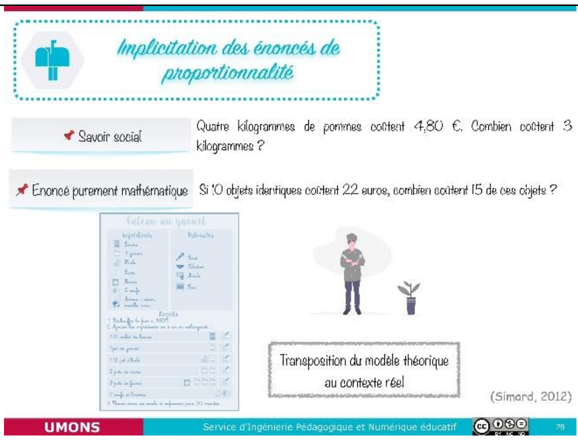
A : Pourquoi est-il important de travailler à la fois sur la compréhension conceptuelle et les stratégies de résolution de problèmes liées à la proportionnalité ?

L : La connaissance des procédures pouvant être appliquées à la proportionnalité ne suffit pas pour maîtriser le concept lui-même. Dans un premier temps, il est nécessaire que l'élève identifie le problème comme relevant de la proportionnalité. Dans un second temps, il doit utiliser une stratégie pour résoudre le problème qui lui est proposé (Oliveira, 2008).

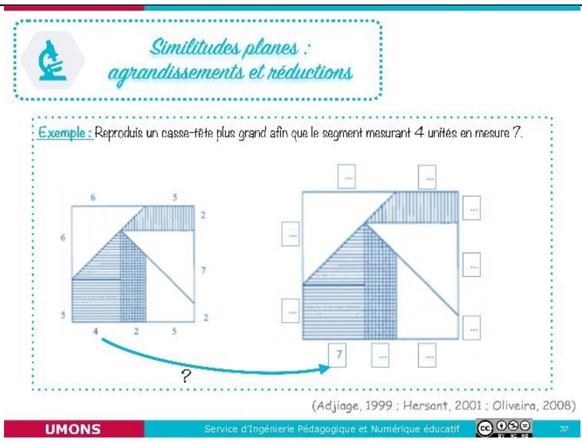
A : Comment peut-on aider les élèves à résoudre ce type de problème ?

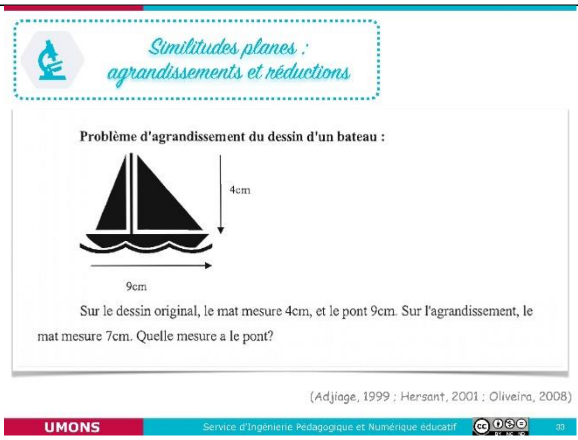
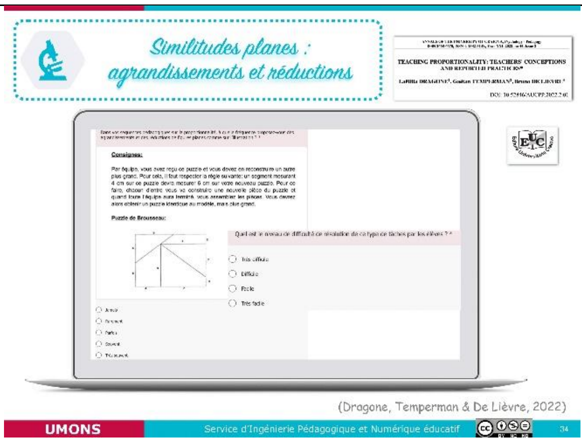
L : Des auteurs estiment que la réflexion est primordiale face à ce concept. Ainsi, ce problème relevant de la proportionnalité inverse peut être approché par un raisonnement qualitatif de ce type : « Si je roule moins vite, vais-je mettre plus de temps ou moins de temps à rejoindre la seconde ville ? » (Post, Behr et Lesh, 1988).</td>
</tr>
</table>

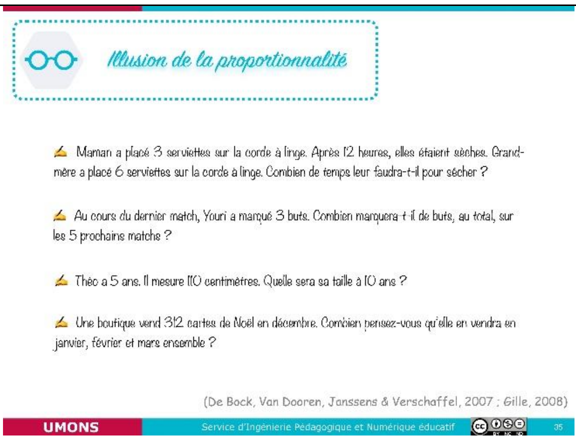
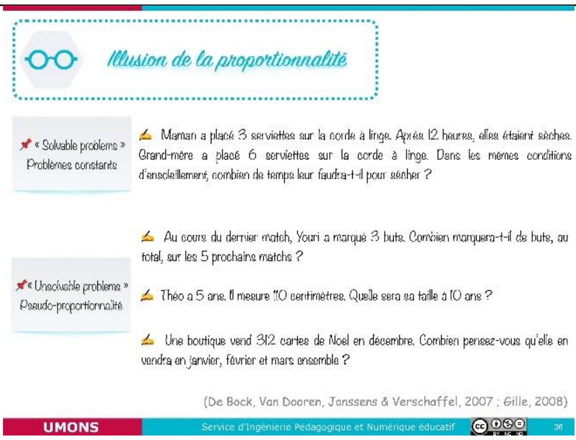
№ 8	 	L : En approchant le problème sous cet angle, l'élève, tenant compte de la relation liant les grandeurs, n'est plus, d'une part, dans un traitement simple d'ensembles de données et, d'autre part, envisage une procédure pertinente permettant de le traiter. Une fois la réponse trouvée, sa plausibilité doit ensuite être jugée par l'élève. Gnass (2000) précise que le raisonnement qualitatif rend la compréhension du problème meilleure ce qui, par conséquent, va amener l'élève à identifier un plus large panel de stratégies lui permettant de résoudre le problème proposé.
№ 9	 	A : Le concept est souvent sous-entendu dans les problèmes soumis aux élèves. Dans l'énoncé présenté dans la diapositive, il n'est pas clairement exprimé que le prix en euros est proportionnel au nombre de kilogrammes de pommes achetées. L : Oui, tout à fait. On considère que cela relève d'un « savoir social » (Simard, 2012).
№ 10	 	L : Pour pallier cette difficulté, les enseignants emploient certains termes qui sous-entendent le concept de proportionnalité. Ce ne sont alors plus des énoncés tirés de la vie réelle, mais des énoncés purement mathématiques comme dans ce deuxième exemple (Simard, 2012). A : Si je comprends bien étant donné que les énoncés sont issus de contextes réels, il est nécessaire, outre la maîtrise du concept de proportionnalité, que les élèves connaissent le « savoir social » s'y rapportant. L : C'est exactement cela et cette pratique peut amener des incompréhensions chez les élèves lorsqu'on ne tient pas compte d'aspects pratiques.

№ 11		L : Dans le contexte des recettes de cuisine qui est une illustration courante de la proportionnalité, nous pouvons calculer les quantités des ingrédients selon le nombre de convives, mais habituellement, on prévoit parfois plus de quantités en fonction de l'appétit des invités. Le modèle théorique n'est alors plus respecté. Lors de la soumission de ce type de problèmes aux élèves, il est sous-entendu que les invités mangent tous la même quantité de nourriture. L'utilisation de modèles théoriques permet de prévoir des résultats avant de passer à l'expérimentation. Certaines adaptations sont parfois indispensables lors de la transposition du modèle théorique au contexte réel où l'on doit, par exemple, « arrondir 8,8 citrons pour 22 personnes à 9 citrons » (Simard, 2012, p. 37).

<table>
<tr>
<td>№
12</td>
<td>
</td>
<td></td>
</tr>
</table>

Module 2.2 Quelles sont les difficultés des élèves en proportionnalité (directe) ?		
№ dia	**Diapositive**	**Dialogue**
№ 1		
№ 2		A : Face à ce type de situation problème, quelle erreur est souvent commise par les élèves ? L : Une erreur souvent commise par les élèves est d'utiliser incorrectement une procédure additive comme dans le cas du puzzle de Brousseau où les élèves doivent construire un agrandissement de celui-ci. La consigne donnée est qu'un segment dont la mesure de la longueur est 4 unités devient 7 unités dans le puzzle agrandi. Certains élèves vont ainsi ajouter 3 unités à chacun des segments. A : À quel moment les élèves prennent-ils conscience de leur erreur ? L : Lorsque les élèves constatent que le puzzle n'est plus un carré et que les pièces ne s'emboîtent plus, ils se questionnent alors sur la procédure employée. A : Le cadre géométrique n'est donc pas à négliger.

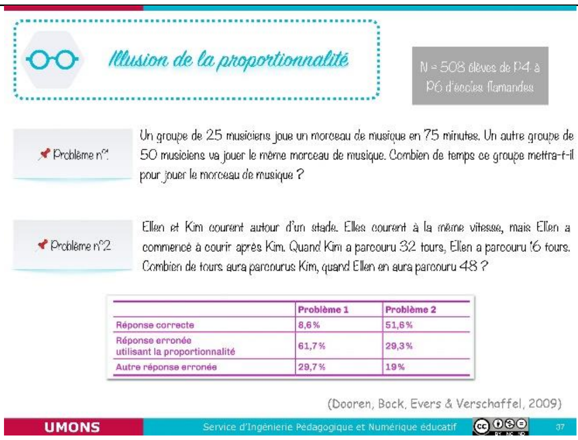
		L : Effectivement, ce cadre présente l'avantage de déterminer rapidement la validité des procédures de construction utilisées grâce aux propriétés des similitudes. Toutefois, la connaissance des valeurs numériques des grandeurs ne garantit pas que l'élève sera capable de réaliser la construction attendue. Ceci expliquerait un taux de réussite inférieur par rapport à d'autres problèmes de proportionnalité.
№ 3		A : J'imagine que les élèves ont également recours à une procédure additive dans ce type de tâches. L : Oui, tout à fait. Certains constatant qu'il y a 3 cm de différence entre le mat original et le mat agrandi vont ajouter 3 cm au pont et trouvent ainsi 12 cm pour le pont agrandi. Lorsque les grandeurs sont de même nature et qu'elles sont mesurées dans une même unité, cela peut conduire à des erreurs comme celles que nous venons de mettre en évidence.
№ 4		A : À quelle fréquence les enseignants proposent-ils des tâches de type « similitude plane » ? L : Dans une de mes études, j'ai constaté que les enseignants du secondaire proposent ce type d'exercice significativement plus souvent que les enseignants du primaire. A : Comment les enseignants perçoivent-ils la difficulté de ces exercices, et cela a-t-il un impact sur leur propension à les proposer à leurs élèves ? L : Effectivement, on constate que les enseignants du primaire jugent ce type de tâche plus ardue que les enseignants du secondaire. Par ailleurs, plus les enseignants jugent cette tâche comme difficile, moins ils en proposent à leurs élèves, et ce,

<table>
<tr><td></td><td></td><td>quel que soit leur niveau d’enseignement. Or, comme nous l’avons vu précédemment, le cadre géométrique n’est pas à négliger.</td></tr>
<tr><td>№ 5</td><td>
</td><td>L : Alessia, peux-tu résoudre ces problèmes ? D’après toi, qu’est-ce qui différencie le premier problème des 3 problèmes suivants ?</td></tr>
<tr><td>№ 6</td><td>
</td><td>A : Pour le premier problème, il faudra également 12 heures pour sécher les 6 serviettes dans les mêmes conditions d’ensoleillement tandis que dans les 3 autres problèmes, il n’est pas possible de résoudre le problème.

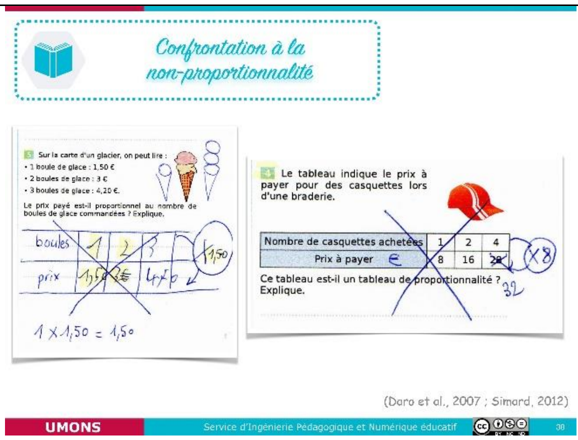
L: En effet, le premier énoncé est ce qu’on nomme un « problème constant » alors que les trois autres énoncés sont des problèmes de « pseudo-proportionnalité » et où on ne sait pas les résoudre. Pour le premier énoncé, on voit souvent que les enfants utilisent aveuglément le rapport 2 qui existe entre 3 et 6 pour l’appliquer aux 12 heures. Le « bon sens » et leur expérience devraient leur faire réfléchir sur la pertinence de leur raisonnement. Ils doivent être attirés par la relation entre les deux</td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td></td>
<td></td>
<td>quantités impliquées: le nombre de serviettes et le nombre d’heures.

A : Quelle est la cause de cette illusion de la proportionnalité ?

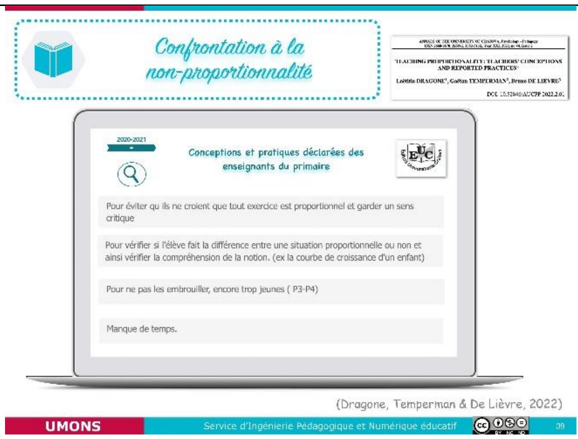
L : Une utilisation à outrance de stratégies visant à résoudre des problèmes de proportionnalité a été mise en évidence dans le cadre de situations ne relevant pas de la proportionnalité, notamment auprès d’élèves de deuxième année du primaire à la deuxième année du secondaire par De Bock, Van Dooren, Janssens & Verschaffel (2007). Les auteurs attachent ce comportement à un phénomène qu’ils nomment « illusion de la linéarité » et ce recours systématique est causé par un faible investissement cognitif des élèves dans la résolution de problèmes. L’utilisation incohérente de procédures destinées à la proportionnalité dans des contextes non proportionnels trouve son origine dans une maigre présentation de situations non proportionnelles aux élèves (Gille, 2008).</td>
</tr>
<tr>
<td>№ 7</td>
<td>
</td>
<td>A : D’autres auteurs ont-ils également fait ce constat ?

L : Oui, la proportionnalité est particulièrement sensible aux carences d’inhibition, et ce, tout particulièrement pour des problèmes qui ont l’apparence de problèmes de proportionnalité. Voici deux problèmes qui ont été proposés à 508 élèves de P4 à P6 d’écoles flamandes. Les réponses proposées par les élèves sont synthétisées dans le tableau. On constate que 3 élèves sur 5 pour le premier problème et un tiers des élèves pour le second problème n’ont pas réussi à inhiber la réponse tentante fondée sur le recours au modèle proportionnel.</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>№ 8</td>
<td>
</td>
<td>A : Dans un premier temps, il est nécessaire qu'un élève soit capable de reconnaître des problèmes de proportionnalité.

L : Tu as tout à fait raison, Alessia. Un élève peut être capable d'appliquer des stratégies permettant de résoudre des problèmes de proportionnalité, mais incapable de déterminer lorsqu'il faut les utiliser comme il pourrait très bien user incorrectement de ces stratégies. Ainsi, le professeur doit non seulement présenter les stratégies aux élèves, mais aussi leur permettre de développer une aptitude à identifier la proportionnalité.

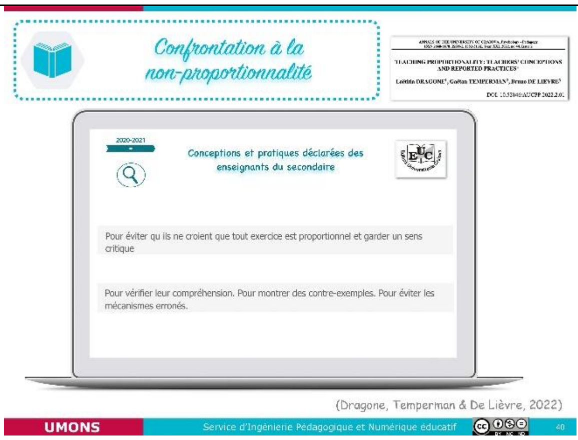
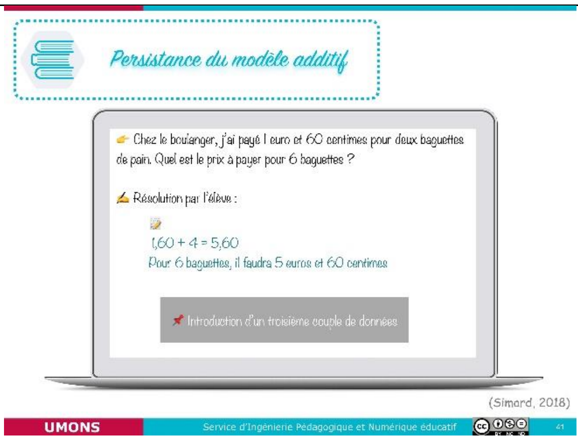
A : Il ne faut donc pas leur soumettre exclusivement des situations de proportionnalité, mais présenter aussi des situations de non-proportionnalité.

L : Certains auteurs préconisent même une confrontation à des situations ne relevant pas de la proportionnalité le plus tôt possible afin d'amener les élèves à analyser l'énoncé et éviter cette utilisation abusive de procédures inappropriées aux situations de non-proportionnalité.</td>
</tr>
<tr>
<td>№ 9</td>
<td>
</td>
<td>A : Quelle est la fréquence de proposition des situations de non-proportionnalité en tant que tâche mathématique ?

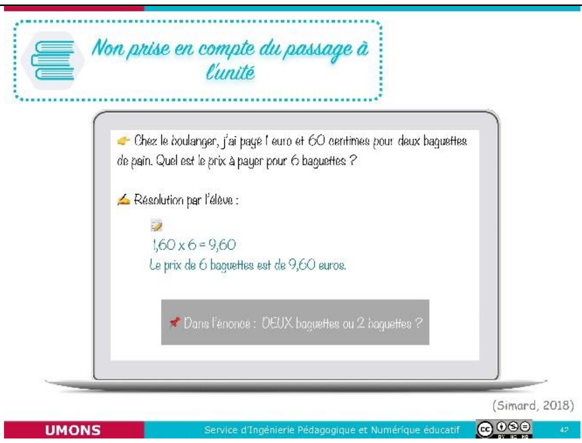
L : Dans une étude, j'ai mis en évidence que les enseignants du secondaire proposent plus régulièrement des situations de non-proportionnalité à leurs élèves que les enseignants du primaire.

A: Comment les enseignants perçoivent-ils l'utilisation de situations de non-proportionnalité en tant que tâche mathématique, et quelles sont les difficultés qu'ils</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td></td>
<td></td>
<td>rencontrent dans leur mise en œuvre ?

L : Au niveau des enseignants du primaire, l'utilisation de situations de non-proportionnalité donne du sens, améliore la compréhension, permet de varier les exercices. Toutefois, elle est difficile à appréhender avec les plus jeunes et est souvent passée à la trappe par manque de temps.</td>
</tr>
<tr>
<td>№ 10</td>
<td>
</td>
<td>L : À contrario, ce type de situation est au programme pour l'enseignement secondaire et développe l'esprit critique tout en améliorant la compréhension. Elle est d'ailleurs mentionnée comme complémentaire à la proportionnalité.</td>
</tr>
<tr>
<td>№ 11</td>
<td>
</td>
<td>A : Existe-t-il d'autres difficultés rencontrées par les élèves ?

L : Oui, une autre erreur typique est la persistance du modèle additif. Dans cet énoncé, l'élève estime que pour 4 baguettes de plus, il paiera 4 euros de plus. Si l'on propose un troisième couple de données aux élèves, cela peut éviter ce type d'erreurs.</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>№ 12</td>
<td>
</td>
<td>L : Une autre erreur est la mauvaise interprétation et/ou compréhension de l'énoncé. L'élève pense que le prix affiché est pour une seule baguette qu'il multiplie immédiatement par 6 pour obtenir le coût de 6 baguettes, sans tenir compte du retour à l'unité. On peut s'interroger sur l'effet de l'écriture du nombre dans l'énoncé soit en lettres soit en chiffres.</td>
</tr>
<tr>
<td>№ 13</td>
<td>
</td>
<td></td>
</tr>
</table>